



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
(МИНОБРНАУКИ РОССИИ)
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**



"Утверждаю"

Председатель ДФИЦ РАН

А.К. Муртазаев

2021 г.

**Рабочая программа дисциплины
«Элементы теории приближений»
по направлению подготовки: 01.06.01 – Математика и механика**

Уровень образования:

Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:

«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Махачкала 2021

Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Разработчики: отдел математики и информатики,

Шарапудинов Т.И. – кандидат физико-математических наук, врио зав. отделом математики и информатики ДФИЦ РАН.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании Объединенного Ученого совета _____, от 24.02. 2021 г., протокол № 2(4)

Согласовано:

Зам. председателя по науке



А.Б. Биарсланов

Зав. отделом аспирантуры



Д.К. Сфиева

Аннотация

Дисциплина «Элементы теории приближений» относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией приближения функций действительного переменного посредством ортогональных полиномов и ее приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин. Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

1. Область применения и нормативные ссылки

Данная программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину «Элементы теории приближений».

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						СРС в том числе зачет	Форма промежуто чной аттестации (зачет)
	в том числе							
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		Лекции	Лаб. заняти я	Прак. занятия	КСР	консультации		
3	18	8	10			90	зачет	

Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории приближений.

Задачи дисциплины:

Знать основные теоремы качественной теории и основные прямые и обратные теоремы классической теории приближения функций.

Уметь решать задачи, связанные: с оценкой погрешности аппроксимации функций из различных классов в различных метриках; с оценкой производных полиномов и рациональных функций в различных метриках; с вопросами вложения классов функций.

Владеть: основными методами исследования скорости приближения функций в различных метриках посредством полиномов; основными методами оценки модулей непрерывности функций в различных метриках по заданной скорости их приближения полиномами.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Коды компетенций	Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знать: общие вопросы теории приближения, различные виды метрик и аппаратов приближения. Уметь: давать сравнительный анализ разных метрик и разных аппаратов приближения, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владеть навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам

УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знать на достаточно высоком уровне современные вопросы теории приближения функций. Уметь применять основные теоремы теории приближения в экстремальных задачах, в теории интерполирования, в квадратурных формулах. Владеть основными разделами и важнейшими методами теории приближения функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и ИКТ	Знать фундаментальные свойства различных метрик и различных аппаратов приближения. Уметь давать оценки погрешности приближения в различных метриках для различных аппаратов, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием ИКТ. Владеть современными методами и навыками оценки погрешности приближения функций различными аппаратами приближения.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знать на достаточно высоком уровне вопросы теории приближения функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеть методикой изложения основного

		материала того или другого раздела теории приближения функций по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знать: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости. Уметь: применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеть важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты	Знать формулировки основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории приближения функций. Уметь доказывать существование или

	научно-исследовательской работы	необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знать на достаточно высоком уровне курс современного анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенции	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции

универсальные	УК-2	<p>Знает: общие вопросы теории приближения, различные виды метрик и аппаратов приближения. Умеет: давать сравнительный анализ разных метрик и разных аппаратов приближения, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владеет навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	УК-3	<p>Знает на достаточно высоком уровне современные вопросы теории приближения функций. Умеет применять основные теоремы теории приближения в экстремальных задачах, в теории интерполирования, в квадратурных формулах. Владеет основными разделами и важнейшими методами теории приближения функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

общефессиональные	ОПК-1	<p>Знает фундаментальные свойства различных метрик и различных аппаратов приближения. Умеет давать оценки погрешности приближения в различных метриках для различных аппаратов, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием ИКТ. Владеет современными методами и навыками оценки погрешности приближения функций различными аппаратами приближения.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ОПК-2	<p>Знает на достаточно высоком уровне вопросы теории приближения функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории приближения функций по</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

		программе данной образовательной организации	
профессиональные	ПК-1	<p>Знает: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости.</p> <p>Умеет: применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеет важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ПК-2	<p>Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа.</p> <p>Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеет классическими методами</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

	доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа	
ПК-3	<p>Знает формулировки основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории приближения функций. Умеет доказывать существование или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
ПК-4	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс современного анализа по программе данной образовательной организации. Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

		<p>различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа.</p>	
--	--	--	--

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Экстремальные задачи теории приближения;
- Избранные вопросы теории интерполирования функций;
- Педагогическая практика;
- Научно-исследовательская деятельность;
- Подготовка научно-квалификационной работы.

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность;
- Подготовка научно-квалификационной работы;
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена;
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часа.

Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				СР	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекции	Прак. занятия	Лаб. работы	КСР		
Модуль 1. Вопросы наилучшего приближения								
Всего по модулю 1			2		2		32	коллоквиум
1. Существование и единственность ЭНП			1		1			
2. Характеристические свойства ЭНП			1		1			
Модуль 2. Прямые теоремы теории приближения								
Всего по модулю 2			3		5		28	коллоквиум
1. Приближение полиномиальными операторами			1		2			
2. Ряды Фурье как аппарат приближения			2		3			
Модуль 3. Обратные теоремы теории приближения								
Всего по модулю 3			3		3		30	коллоквиум
1. Оценки производных полиномов			1		1			
2. Обратные теоремы			2		2			
Итого за семестр			8		10		90	зачет

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Вопросы наилучшего приближения

Тема 1. Существование и единственность ЭНП Наилучшие приближения. Постановка задачи. Существование и единственность элемента наилучшего приближения. Теорема Хаара.

Тема 2. Характеристические свойства ЭНП Теорема Колмогорова о наилучшем приближении. Теорема Чебышева об альтернансе. Полиномы, наименее уклоняющиеся от нуля. Основные свойства. Приложения.

Модуль 2. Прямые теоремы теории приближения

Тема 1. Приближение полиномиальными операторами.

Модуль непрерывности и его свойства. Первая и вторая теоремы Джексона о полиномиальных приближениях в тригонометрическом случае. Алгебраический случай. Модули непрерывности высших порядков, их свойства. Оценки полиномиальных приближений через модули непрерывности высших порядков. Теорема Стечкина.

Тема 2. Ряды Фурье как аппарат приближения Частичные суммы Фурье, их аппроксимационные свойства. Суммы Фейера и суммы Валле-Пуссена.

Модуль 3. Обратные теоремы теории приближения

Тема 1. Оценки производных полиномов и рациональных функций. Неравенства С.Н. Бернштейна об оценке производных полиномов. Об оценках производных рациональных функций.

Тема 2. Обратные теоремы

Обратная теорема Салема. Обратная теорема С.Б.Стечкина.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Вопросы наилучшего приближения

Тема 1. Существование и единственность ЭНП

Наилучшие приближения. Задачи на существование и единственность элемента наилучшего приближения.

Тема 2. Характеристические свойства ЭНП

Задачи на применение характеристического свойства ЭНП. Полиномы, наименее уклоняющиеся от нуля.

Модуль 2. Прямые теоремы теории приближения

Тема 1. Приближение полиномиальными операторами

Модуль непрерывности и его свойства. Оценки полиномиальных приближений в тригонометрическом случае. Алгебраический случай. Модули непрерывности высших порядков, их свойства. Оценки полиномиальных приближений через модули непрерывности высших порядков.

Тема 2. Ряды Фурье как аппарат приближения Частичные суммы Фурье. Суммы Фейера и суммы Валле-Пуссена.

Модуль 3. Обратные теоремы теории приближения

Тема 1. Оценки производных полиномов и рациональных функций

Задачи на оценки производных полиномов и рациональных функций.

Тема 2. Обратные теоремы теории приближений Задачи на обратные теоремы Салема и С.Б. Стечкина.

5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Наилучшее приближение. Основные свойства наилучшего приближения.
2. Критерий наилучшего приближения в пространстве непрерывных функций.
3. Критерий наилучшего приближения в пространстве Лебега.
4. Прямые теоремы теории приближения.
5. Аппроксимативные свойства частичных сумм Фурье.
6. Суммы Фейера.
7. Суммы Валле-Пуссена.
8. Оценки производных полиномов.
9. Обратные теоремы теории приближения.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами - Москва: Наука, 1977.
2. Тиман А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного - Москва: Гос. изд-во физико-математической лит., 1960.
3. Натансон И. П. Конструктивная теория функций - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949.

6.2. Дополнительная литература

1. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения - Москва: Наука, 1976.
2. Лоран П. Ж. Аппроксимация и оптимизация - Москва: Мир, 1975.

6.3. Программное обеспечение

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab,
- Mathcad.

6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с

соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

8. Образовательные технологии

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.